### 6.4.2 Estimation des incertitudes-types de type B

Les méthodes de type B sont employées lorsque l'on ne peut pas (ou l'on ne veut pas) évaluer les incertitudes-types par déterminations expérimentales.

[3]

L'incertitude-type est alors estimée par un jugement scientifique fondé sur toutes les informations disponibles au sujet de la variabilité possible de $X_i$. Ces informations peuvent provenir de :

- résultats de mesures antérieures ;
- l'expérience ou la connaissance générale des propriétés des matériaux et instruments utilisés ;
- spécifications du fabricant ;
- données fournies par des certificats d'étalonnage ou autres certificats ;
- l'incertitude de valeurs de références provenant d'ouvrages et manuels.

On utilise généralement cette méthode pour la détermination des l'incertitudes dues :

- aux grandeurs d'influence (température, hygrométrie, etc.) ;
- à la résolution d'un appareil ;
- à un étalonnage, etc.

Pour une méthode de type B, il est nécessaire de connaître ou d'estimer :

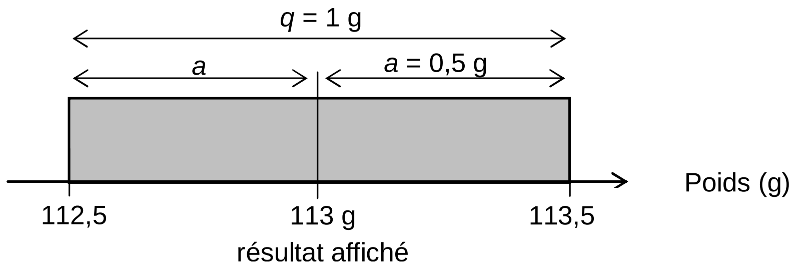
- les limites de variations (c'est à dire l'étendue) des valeurs de $X_i$ ;
- et sa loi de distribution.

Certaines incertitudes sont simplement données comme limites extrêmes entre lesquelles toutes les valeurs de la grandeur sont à priori situées. La pratique courante est de supposer que toutes les valeurs entre ces limites sont également probables (loi de probabilité rectangulaire - *cf.* exemple 6.4).

**Exemple 6.4 Calcul d'une incertitude-type**

Une pesée est faite avec une balance numérique de résolution $q$=1 g. La résolution est le changement d'une unité du chiffre le moins significatif. On veut connaître la composante de l'incertitude liée à cette résolution.

Lors de la pesée, le dispositif va arrondir le résultat au gramme prés. On fait l'hypothèse que la distribution des valeurs annoncées par un affichage numérique suit une loi rectangle. Dans ce cas, la valeur du signal d'entrée qui produit une indication donnée $x_i$ peut se situer avec une égale probabilité à n'importe quel endroit de l'intervalle [ $x_i - \frac{q}{2}$ ; $x_i + \frac{q}{2}$ ]. Pour un objet de 112,5 à 113,5 grammes, la balance affichera 113 grammes (*cf* figure ci-dessous). Le dispositif indicateur est donc une source d'incertitude sur le résultat.




L'incertitude-type due à cette résolution est : $u_{(rés)} = \pm \frac{q}{\sqrt{12}} = \pm \frac{1}{\sqrt{12}} = \pm 0{,}3\text{g}$

Mais cette hypothèse ne marche pas dans tous les cas et il ne faudra pas l'adopter si l'on pense que les valeurs situées à l'intérieur et au voisinage des limites ont une probabilité différente de celles proches du centre de l'intervalle.

C'est au métrologue d'estimer quelle loi représente le mieux une grandeur. Il utilisera pour cela les principales lois étudiées au chapitre 4.6.

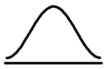
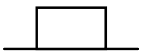
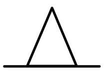
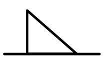
Par exemple, des lois rectangle, normale et triangle de même demie-largeur *a*, ont des écart-type différents :

$$\frac{a}{3} \text{ (normale ; pour 99,73\%)} < \frac{a}{\sqrt{6}} \text{ (triangle)} < \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ (rectangle)}$$

Aussi, en cas de doute sur la loi la plus adaptée, il peut être prudent, d'adopter un compromis entre les lois normale et rectangle, en supposant que la grandeur suit une loi triangulaire.

Le tableau 6.1 présente des exemples d'applications fréquemment rencontrés. Il donne pour chaque grandeur étudiée la loi qui lui est généralement attribuée et la valeur de l'incertitude-type qui en découle.

## Tableau 6.1 Exemples d'applications des principales lois de distribution

| Loi de distribution <u>à priori</u> | Composante de l'incertitude du mesurage | Ecart type ou incertitude-type (*q* =2*a* : *q* l'étendue et *a* la demie-étendue) | |
|---|---|---|---|
| <br>Normale | Utilisation de l'incertitude élargie ($U_{élargie}$) issue d'un certificat d'étalonnage, de données constructeurs ... | $u = \frac{U_{élargie}}{k}$<br>(*cf.* exercice 6.1) | $k$ est le facteur d'élargissement. (pour un niveau de confiance de 99,73% $k$=3) |
| | Connaissance d'une EMT[1] (±$a$) sur le processus de mesure | $u = \frac{a}{k}$ | |
| <br>Rectangle | Résolution d'un indicateur numérique | $q$ est la résolution<br>(*cf.* exemples 6.4 et 6.5) | $u = \frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ |
| | Résolution d'un appareil analogique<br>(*cf.* exemple 6.6) | $q\,(\text{résolution}) = \frac{échelon}{c}$ avec<br>*échelon* : plus petite division<br>$c^3$ : capacité de lecture | |
| | Phénomène d'hystérésis | $q$ est la différence maximale entre les indications obtenues par valeurs croissantes et décroissantes | |
| | Instrument vérifié conforme à une classe ou connaissance d'une EMT[2] sur l'instrument | La classe ou l'EMT[2] sont définies par ±a | |
| <br>Triangle | Peut être utilisé pour un compromis entre la loi rectangle et normale. | $u = \frac{q}{\sqrt{24}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$ | |
| <br>Arc sinus | Effet d'une grandeur d'influence (température…) variant sinusoïdalement entre deux extrêmes | La variation de la grandeur est de ±$a$ et<br>$u = \frac{q}{\sqrt{8}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ | |
| <br>Triangle asymétrique | Versement d'un liquide à partir d'une fiole jaugée, pipette,…(on ne verse jamais tout le contenu) | $q$ est la base du triangle rectangle :<br>$u = \frac{q}{\sqrt{18}} = \frac{a}{\sqrt{4{,}5}}$ | |

EMT[1] : Erreur maximale tolérée sur la performance de l'ensemble du processus de mesure

EMT[2] : Erreur maximale tolérée pour le seul instrument de mesure

$C^3$ : Coefficient lié à la capacité (ou qualité) de lecture.
On prend par exemple $c$=1 quand la qualité de lecture est mauvaise.

**Exercice 6.1**

Un mesurage utilise un pied à coulisse dont le certificat d'étalonnage indique une incertitude élargie de ±0,2mm pour un niveau de confiance de 95%. Quelle est l'incertitude-type liée au pied à coulisse dans le processus de mesure ?

**Solution :**

Il est nécessaire de ramener l'incertitude à un écart-type. Il suffit de diviser l'incertitude élargie par *k*. Un niveau de confiance de 95% correspond à deux écart-type, c'est à dire *k*=2. L'incertitude-type est de :

$$u(\text{pied à coulisse}) = \pm \frac{U_{élargi}}{k_{95\%}} = \pm \frac{0{,}2}{2} = \pm 0{,}1\,\text{mm}\,.$$

On trouve aussi dans la littérature cette incertitude notée $u_{(étalonnage)}$ ou $u_{\,(étalon)}$.

Note Nous verrons dans la suite de l'ouvrage que pour pouvoir combiner les incertitudes-types, il est nécessaire qu'elles se rapportent toutes à un seul écart-type.

L'utilisation du tableau 6.1 ne dispense pas d'une réflexion préalable sur le processus de mesure. En effet il existe des appareils à affichage numérique pour lesquels les constructeurs indiquent que l'incertitude-type due à la résolution suit une loi triangle et non rectangle. Par ailleurs, même en ayant choisi la loi de distribution la plus adaptée, les calculs d'incertitudes-types doivent prendre en compte le mode opératoire. Par exemples :

– Un mesurage avec un appareil à affichage numérique nécessite en fait deux lectures : lors de la mise à zéro et lors de la mesure proprement dite (*cf.* exemple 6.5) ;
– l'étalonnage d'un pied à coulisse nécessite la prise en compte de l'incertitude-type des cales étalons. Comme on procède souvent par empilage de cales, leurs incertitudes-types doivent être combinées quadratiquement et on pourra même ajouter une incertitude-type liée à l'empilage.

**Exemple 6.5 Résolution d'un indicateur numérique**

Reprenons l'exemple 6.4 mais en considérant cette fois-ci les deux lectures faites pour la pesée. L'incertitude-type due à la résolution devient alors :

$$u^2_{(rés)} = 2 \times u^2_{(lecture)} = 2 \times \frac{q^2}{12} \quad \text{d'ou} \quad u_{(rés)} = \frac{q}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \pm 0{,}4\,\text{g}$$

L'incertitude-type de la résolution est plus grande que lors de l'exemple 6.4.

**Exemple 6.6 Incertitudes-types dues à la résolution**

**(…)**